

零矩阵零向量零元素规范表达的探讨

程伟 樊素英 武立有

天津大学期刊中心, 300072, 天津

摘要 介绍数、代数的起源和发展, 阐述代数表达的涵义和外延, 讨论特殊矩阵命名的原则和惯例, 提出了用大写的黑体、斜体英文 O 表示零矩阵, 小写的黑体、斜体英文 o 表示零向量, 以及用数字零表示一个矩阵或向量中的零元素的建议。

关键词 零矩阵; 零向量; 零元素; 规范表达

Discussion about representation of null matrix, zero vector and zero entry // CHENG Wei, FAN Suying, WU Liyou

Abstract Origin and development of number and algebra are introduced. And their meanings and extension in the mathematic representation are discussed. Then rule and convention that special matrices are named are described. Finally, it is suggested that a null matrix is represented with upper-bold italic English letter O , a zero vector with lower letter o , and a zero entry in a matrix or a vector just with scalar number 0.

Key words null matrix; zero vector; zero entry; standardization

Author's address Center of Magazine, Tianjin University, 300072, Tianjin, China

在科技类期刊数学公式中, 常出现一些矩阵, 一般矩阵用大写的黑体、斜体字母表示^[1-4], 但遇到零矩阵^[5]、零向量^[6-7]、零元素^[7-8]时, 使用的符号却比较混乱。对于零矩阵, 数学类的期刊以及国外的数学专著^[9]用大写的黑体、斜体字母 O 居多, 有的教材用希腊字母 θ 表示^[10], 而高校学报类的期刊多数用数字 0 的黑体、斜体表示; 对于零向量, 有用数字 0 的黑体、斜体表示的; 对于零元素, 有用白体、正体的数字 0 表示的(在块矩阵中也是如此)。在如此混乱的表达中, 如何规范化, 又能相互区分, 不易混淆, 不妨从数学发展史^[11]分析数和代数的来龙去脉, 以此找出较为合理的表达形式。

1 数和代数的起源和发展

人类对数的认识有 2 个轨迹: 第 1 个发展轨迹是对数本身的认识, 在原始社会的狩猎中, 用自然数 1, 2, ..., 9 来记录猎物, 以后又认识了分数和小数。在研究圆的半径和周长的关系等一系列问题时, 接触到了无理数, 随后又发现了虚数。第 2 个发展轨迹是, 用字母代表数字进行各种数学运算, 从具体的数字到代数, 这是一个飞跃, 有了代数, 数学得到了飞速发展, 如函数、微积分的出现。

在代数中, 就用字母代表自然数, 代表有理数、复数等, 也用字母代表矩阵。

根据代数的定义, 宜用字母表示特殊矩阵。如果用数字 0 (尽管是用斜体或黑体) 表示零矩阵, 则有悖于代数的含义, 出现概念上的混乱:

1) 0 已有它自己的特殊含义。在阿拉伯数字 0, 1, 2, ..., 9 中, 0 的意思是表示无、根本没有。这 10 个数字是整个数学的基石, 为数学奠定了基础, 不宜再将其他的含义赋予到其中了。

2) 零矩阵是一个阵列的概念, 而不是代表一个数, 所以用数字 0 表示矩阵, 意思是讲不通的。

3) 在 GB 3102. 12—1993 中, 规定数字均用正体、白体表示, 而未出现黑体、斜体的表现形式。

2 矩阵和特殊矩阵的表达形式

矩阵是由域 F 中若干个纯量组成的一个阵列^[9], 或者说, 矩阵是由数字或字母组成的方阵。对各种矩阵的表达进行分析, 不难发现以下规律:

1) 对于普通矩阵, 一般用大写的黑体、斜体字母表示。

2) 对于特殊矩阵, 常用英文单词的前几个字母或首字母表示, 例如:

$$A = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_n \end{bmatrix} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n),$$

diag 是 diagonal (对角) 这个词的前 4 个字母, 用其表示对角矩阵。

$$L = \begin{bmatrix} a_{11} & & & \\ a_{21} & a_{22} & & \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \\ & & & \ddots & \\ & & & & a_{nn} \end{bmatrix},$$

L 是 Lower 的首字母, 英文 Lower matrix 意思是下三角矩阵。

$$U = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \\ & a_{22} & a_{23} & \\ & & & \ddots & \\ & & & & a_{33} \end{bmatrix},$$

U 是 Upper 的首字母, 英文 Upper matrix 意思是上三角矩阵。

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

I 是 Identity 的首字母,英文 Identity matrix 意思是单位矩阵。同时可以看出, I 与 1 的形状非常相似。

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ & 1 & 0 \\ & & 1 \end{bmatrix},$$

E 是 Elementary 的首字母,Elementary matrix 意思是初等矩阵。它是由单位矩阵经初等行变换得到的矩阵,在矩阵理论分析中有重要作用。

A^T 中 T 是转置 Transposition 的首字母,表示矩阵 A 的转置。

A^H 中 H 是 Hermition 的首字母,是用科学家姓名命名的矩阵,表示矩阵 A 是一个复共轭对称阵。

显而易见,表示特殊矩阵的主导思想是,容易理解,便于记忆。

3 零矩阵、零向量、零元素

按以上推理,零矩阵本应该以 N 表示 (null matrix),但 N 已代表非负整数集或自然数集,不宜再表示零矩阵。在英语中,常将数字 0 读成字母 O 的发音(如读电话号码时,就是如此),所以,将零矩阵用 O 表示也是合情合理的。因此建议:用大写的黑斜体字母 O 表示零矩阵;用小写的黑斜体字母 o 表示零向量;用数字 0 表示零元素。这样处理有以下好处:

1) 零矩阵与单位矩阵相呼应。单位矩阵已习惯表达为 I ,即 $I = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{bmatrix}$;零矩阵也表达为 O ,即 $O = \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{bmatrix}$ 。两者相互协调一致。

2) 零向量与普通向量相对应。普通向量已习惯用小写的黑体、斜体字母表示,例如 $a = [a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4]$,如果零向量也表示为 $o = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$,则两者相互一一对应。

3) 零矩阵与零元素很容易区分。当矩阵中的元

素为零时,就用白体、正体的阿拉伯数字 0 表示;当矩阵中出现块矩阵时,对于零矩阵以大写的黑体、斜体字母 O 表示。再复杂的矩阵,无论是零矩阵,还是零元素就一目了然了。

对于矩阵

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a_{11} & a_{12} \\ 0 & 0 & a_{21} & a_{22} \\ b_{11} & b_{12} & e_{11} & e_{12} \\ b_{21} & b_{22} & e_{21} & e_{22} \end{bmatrix}$$

就表示为

$$F = \begin{bmatrix} O & A \\ B & E \end{bmatrix}。$$

4 参考文献

- [1] GB 3102. 11—1993 物理科学和技术中使用的数学符号[S]//新闻出版署图书管理司,中国标准出版社. 作者编辑常用标准及规范. 北京:中国标准出版社,2003:318
- [2] 陈浩元. 科技书刊标准化 18 讲[M]. 北京:北京师范大学出版社,2000:149
- [3] 罗亮生. 国标中向量矩阵张量符号与数学中相应符号之异同[J]. 编辑学报,2003,15(5):343-344
- [4] 陈定保. 关于数学符号和公式排版格式的建议[J]. 中国科技期刊研究,2001,12(2):143-144
- [5] 秦和平,邢宝妹,周佩琴. 向量、矩阵量符号字体使用规范辨析及注意要点[J]. 科技与出版,2006(3):47-48
- [6] 秦瑜. 编排校中易出错的数学符号[J]. 编辑学报,2006,18(1):42
- [7] 姜新祺. 矩阵的审读方法[J]. 科技与出版,2003(3):22-23
- [8] 刘颖. 科技书刊中矩阵的规范编排[J]. 科技与出版,2000(5):13-14
- [9] Varga Richard S. Matrix Iterative Analysis [M]. Germany: Springer Verlag Berlin Heidelberg,2000
- [10] 余怡鑫. 线性系统理论[M]. 天津:天津大学出版社,1992:65
- [11] 亚历山大洛夫. 数学:它的内容、方法和意义[M]. 孙小礼,赵孟养,裘光明,等译. 北京:科学出版社,2004:35-92
(2009-10-12 收稿;2009-11-20 修回)

新国家标准《期刊编排格式》《期刊目次表》发布

GB/T 3179—2009《期刊编排格式》和 GB/T 13417—2009《期刊目次表》已于 2009 年 9 月 30 日发布,2010 年 2 月 1 日实施。这 2 个标准分别修改采用了 ISO 8:1977《文献工作 期刊编排格式》和 ISO 18:1981《文献工作 期刊目次表》,是对 1992 年版标准的修订。GB/T 3179 规定了期刊的刊名、封面、卷期、目

次页、版面和页码、文章、版权标志、增刊等的编排格式,GB/T 13417 规定了期刊目次表的构成、内容要求和编排格式。它们是专门为期刊编辑制定的,适用于我国出版的各个学科、各种类型的期刊。认真实施标准,必将有利于进一步提高我国期刊的编辑、出版、管理等的规范化水平。
(林 彤)