

矩阵表达常见错误解析

赵阳 梁霞 赵艳静

天津大学期刊中心,300072,天津

摘要 介绍矩阵省略中常用的行省略、列省略和三角省略的表示方法和原则。列举矩阵表达中的常见错误,并一一进行分析,给出比较合理的表达形式。

关键词 矩阵表达;常见错误;规范化

Analysis of common errors in matrix expression//ZHAO Yang, LIANG Xia,ZHAO Yanjing

Abstract This paper introduces matrix representation and principles of omitted forms of row, column and triangle. Error expressions of matrix are exemplified and analyzed, and reasonable expressions are given.

Keywords matrix expression; common error; standardization

Authors' address Academic Journal Publishing Center of Tianjin University, 300072, Tianjin, China

如何理解一个复杂矩阵的结构^[1-2],用规范化的方法准确表示它^[3-4],对于矩阵表达的规范化非常重要。

矩阵是一个2维数学表达式,与一般的数学公式相比结构上相对复杂。矩阵的表达式中常常会用到各种省略号。由于对省略号含义的理解和使用还存在一些误区,矩阵表达错误在科技论文中非常普遍。现从已发表的学术期刊中找出一些例子,将其划分为几种常见的错误类型,并对其进行分析。

1 行省略表达错误

为了使矩阵表达简单明了,可使用水平省略号“…”表达矩阵。如果水平省略号使用不当,就会出现各种各样的行省略表达错误。

例1 B 是一个 $(m-1) \times n$ 的矩阵

$$B = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ b_{11} & \cdots & \cdots & b_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{m-1,1} & \cdots & \cdots & b_{m-1,n} \end{bmatrix}。$$

矩阵 B 中,第3行的行省略表达不正确。根据规范,当矩阵中的某行“元素”都相同或按一定规律变化时,使用水平省略号,如 $[0, \cdots, 0]$ 和 $[a_1, \cdots, a_n]$;因此,矩阵 B 中用“……”表示省略了许多“行”是不恰当的,容易产生歧义,尤其是矩阵结构比较复杂时,更是如此。合理的表达应为

$$B = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ b_{11} & \cdots & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & & & \vdots \\ b_{m-1,1} & \cdots & \cdots & b_{m-1,n} \end{bmatrix}。$$

矩阵中,第1行省略的为0元素。其他行和列中省略的是按一定规律变化的元素。此外,第2行和最后1行都连用了2个水平省略号,这是为了排版的需要。

例2 A 是一个 $s \times s$ 的矩阵

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{s1} & A_{s2} & A_{s3} & \cdots & A_{ss} \end{bmatrix}。$$

矩阵中,第3行中水平省略号使用错误。从第3行 $[A_{31} A_{32} A_{33} \cdots 0]$ 中很难判断省略号要表达的内容,也容易对省略部分产生歧义。此外,第5列中的第4个元素为空白省略,这种表达不妥;因为0与 A_{ss} 之间的元素关系没有表达清楚。

通过分析可以看出,矩阵是由一个上三角的零阵和一个下三角阵构成,所以应表示为

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ A_{s1} & \cdots & \cdots & A_{ss} \end{bmatrix},$$

或

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & & \\ \vdots & \ddots & \\ A_{s1} & \cdots & A_{ss} \end{bmatrix}。$$

式中:上三角表示的为0元素;下三角阵表达了是按一定规律变化的元素。

例3 R 是一个 $M \times M$ 矩阵

$$R = \begin{bmatrix} r(0) & r(1) & \cdots & r(M-1) \\ r(-1) & r(1) & \cdots & r(M-2) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ r(-M+1) & r(-M+2) & \cdots & r(0) \end{bmatrix}。$$

存在的问题是,第3行中水平省略号的2端出现了垂直省略号,这种行省略表达不妥,使得水平省略号表达的内容模糊。经过分析,根据矩阵中元素的变化规律,可以将矩阵表示成

$$R = \begin{bmatrix} r(0) & \cdots & r(M-1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r(-M+1) & \cdots & r(0) \end{bmatrix},$$

式中斜省略号表示对角线上的“元素”都相同,水平和垂直省略号表示行和列上的“元素”按一定规律变化。

2 列省略表达错误

垂直省略号“M”与水平省略号的含义和使用方法相类似:当某一列“元素”相同或按一定规律变化时可以用垂直省略号省略其中部分元素。

例4 A 是一个 $r \times s$ 的矩阵

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1s} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{r1} & a_{r2} & \cdots & a_{rs} \end{bmatrix}。$$

从逻辑关系上看,除了少一个垂直省略号外,这个矩阵的表达还是清楚的,只是使用了多余的元素和冗余的省略号。这使得矩阵的表达有些累赘。根据矩阵的结构特点,多余的元素和省略号均去掉,将矩阵表示成

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1s} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{r1} & \cdots & a_{rs} \end{bmatrix},$$

这样矩阵的结构简单明了。

例5 M 是一个 $(p-1) \times p$ 的矩阵

$$M = \begin{bmatrix} M(S_1, S_2) & M(S_1, S_3) & \cdots & M(S_1, S_{p-1}) & M(S_1, S_p) \\ & M(S_2, S_3) & \cdots & M(S_2, S_{p-1}) & M(S_2, S_p) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ & \vdots & \cdots & \vdots & M(S_{p-1}, S_p) \end{bmatrix}。$$

存在的问题是:矩阵 M 的第1、2、3、4列中,垂直省略号的表达不够规范,省略号的2端或1端没有具体的元素,省略的部分就不清楚。此外,矩阵中多余的元素和不恰当的省略号的使用会影响矩阵的清晰表达。对矩阵各行、列中元素的变化规律进行分析后,将矩阵表示为

$$M = \begin{bmatrix} M(S_1, S_2) & \cdots & M(S_1, S_p) \\ \vdots & & \vdots \\ M(S_{p-1}, S_2) & \cdots & M(S_{p-1}, S_p) \end{bmatrix}。$$

合理使用省略号,只需要4个元素,矩阵表达就已经清楚了。

例6 D(r) 为一个 $(n+1) \times (n+1)$ 的矩阵

$$D(r) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ B_0^1(r) & B_1^1(r) & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ B_0^2(r) & B_1^2(r) & B_2^2(r) & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ B_0^{n-1}(r) & B_1^{n-1}(r) & B_2^{n-1}(r) & \cdots & B_{n-1}^{n-1}(r) & 0 \\ B_0^n(r) & B_1^n(r) & B_2^n(r) & \cdots & B_{n-1}^n(r) & B_n^n(r) \end{bmatrix}。$$

存在的问题是:第4列的列省略表达不妥,垂直省略号的2端是水平省略号,省略表达不确切,所以这个垂直省略号是多余的。第5列的 $0 \cdots B_{(n-1)}^{n-1}(r)$ 之间的省略表达错误,容易产生歧义。第3行的行省略也存在类似的问题。根据矩阵的结构特点,从每一行、每一列元素的变化规律中选出有代表性的元素,用省略号将其连接起来,即

$$D(r) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ B_0^1(r) & B_1^1(r) & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ B_0^n(r) & \cdots & B_{n-2}^n(r) & B_n^n(r) \end{bmatrix},$$

这样,矩阵的结构就清楚了。

3 对角省略表达错误

将水平、垂直省略号的含义和用法推广到斜省略号“ \ddots ”,它表示在对角线上省略了相同的“元素”或按规律变化的“元素”。

例7 一个 $p \times p$ 的矩阵

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & \cdots & 0 \\ a_2 & a_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \\ a_p & a_{p-1} & \cdots & a_1 \end{bmatrix}。$$

存在的问题是:第3行的对角省略表达错误,由于省略号一端无元素,省略部分不清楚。同时,第2行的行省略表达错误;第3列的列省略表达错误;第4列的空白表达不妥。这几种省略号的使用均容易产生歧义。根据其结构特点,矩阵的合理表达为

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & & \\ \vdots & \ddots & \\ a_p & \cdots & a_1 \end{bmatrix}。$$

只要对角线上元素的变化是有规律的,都可以考虑使用斜省略号,如例2、例3、例6所示的矩阵结构。

例8 P 是一个 $p \times p$ 的矩阵

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1,n-1} & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2,n-1} & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{n,n-1} & p_{nn} \end{bmatrix}。$$

存在的问题是,第3列的垂直省略号是多余的。分析发现,在矩阵中,对角线上元素的变化规律与行、列上元素的变化规律不同,有自己的变化特点,若用斜省略号表示,这一规律就被描述出来了;所以将矩阵改成

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & \cdot & \cdot & \vdots \\ \vdots & \cdot & \cdot & p_{n-1,n} \\ p_{n1} & \cdots & p_{n,n-1} & p_{nn} \end{bmatrix}。$$

这样,矩阵的上三角块、下三角块和对角线上元素的变化特点就一目了然了。

4 结束语

对矩阵的准确表达,关键在于分清其中每一行和每一列元素之间的变化规律和相互逻辑关系,正确理解省略号的含义及作用,合理选择和使用水平省略号、垂直省略号和斜省略号,科学表达行省略、列省略、对角省略,使矩阵的表达规范化,从而避免产生歧义。

5 参考文献

- [1] 姜新祺. 矩阵的审读方法[J]. 科技与出版, 2003(3): 22
- [2] 刘颖. 科技书刊中矩阵的规范编排[J]. 科技与出版, 2000(5): 13
- [3] 陈浩元. 科技书刊标准化 18 讲[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2000: 149
- [4] GB 3102. 12—1993 物理科学和技术中使用的数学符号[S]. 北京: 中国标准出版社, 2003: 318
- [5] 程伟, 孙立华. 规范中矩阵省略表达的解读[J]. 编辑学报, 2010, 22(3): 225

(2014-09-28 收稿; 2014-10-18 修回)

医学期刊中“穹窿”与“穹隆”辨析

杨美琴 // 复旦大学附属眼耳鼻喉科医院《中国眼耳鼻喉科杂志》编辑部

“穹窿”可见于地质学、石油学及基础医学等学科,就医学领域而言,其英文表述为 fornix, 所属学科是基础医学 > 人体解剖学 > 神经解剖 > 端脑, 是规范用词(由全国科学技术名词委员会网站公布)。查阅 2000 年由山东科学技术出版社出版的《人体解剖学及彩色图谱》(原主编 Werner Kahle 等, 德国), 对“穹窿”的具体描述如下: 穹窿位于胼胝体下面, 两侧穹窿脚之间有横行的连合纤维形成穹窿连合, 继而两脚靠近合成穹窿体, 在室间孔上方, 穹窿体分开形成穹窿柱。“穹窿”的形成过程如下: 端脑(telecephalon)原皮质的主要部分海马(hippocampus)在胼胝体下方形成穹窿, 呈弓状走形, 向前下方至乳头体。由上可知, “穹窿”是一个医学专有名词, 是脑组织的一部分, 其命名主要是依据解剖形态而定的, 是规范用词。全国科学技术名词审定委员会公布的规范用词中未能检索到包含“穹隆”的规范用词, 《人体解剖学及彩色图谱》中也未见对“穹隆”的描述, 因此“穹隆”不能代替“穹窿”。

在医学类文章中, 用到“穹窿”二字的解剖部位主

要有脑、眼结膜、阴道, 万方数据库检索的涉及上述部位论文中, “穹窿”、“穹隆”都有用。人民卫生出版社最新版的《妇产科学》(第 8 版) 在生殖系统解剖中用的是“阴道穹隆”; 《中华眼科杂志》发表的论文也多用“结膜穹隆”。全国科学技术名词审定委员会颁布的 2014 版《人体解剖学名词》中规定为“阴道穹(fornix of vagina)”(03. 0846) “结膜上穹(superior conjunctival fornix)”(07. 0132) “结膜下穹(inferior conjunctival fornix)”(07. 0133) “穹窿脚”(06. 0752)。根据最新版(第六版)《现代汉语词典》的解释, “穹窿”是名词, 多用于指煤矿坑道; “穹隆”是形容词, 指天的形状中间高四周下垂的样子, 也泛指高起成拱形的。因此, 就词性、词义方面, “穹窿”和“穹隆”都不宜混用。例如: 2% 利多卡因结膜下浸润麻醉, 颞下方近穹窿部做平行角膜缘结膜切口, 于外直肌和下直肌之间…。此处要表述的是结膜下穹, 因此规范表述应该为“2% 利多卡因结膜下浸润麻醉, 近结膜下穹部做平行角膜缘结膜切口, 于外直肌和下直肌之间……”。希望以上辨析引起相关专业编辑的重视, 正确运用规范的医学名词。