

错误公式的3种识别技巧

任滢滢 曾礼娜 汪军 徐婷婷 曹雅坤[†]

厦门大学学报(自然科学版)编辑部,361005,厦门

摘要 针对编辑工作中公式识别难度大的问题,提出了运算规则识别法、物理含义识别法以及运算规则与物理含义相结合的识别法,用以快速地对错误公式进行识别。

关键词 数学公式;识别技巧;运算规则;物理含义

Three Validation methods of incorrect formulas for academic editors//REN Yingying, ZENG Lina, WANG Jun, XU Tingting, CAO Yakun

Abstract Given that recognition of formulas in editing work is difficult, skills of identifying erroneous formula are put forward, i. e., the method based on operation rules, the method based on physical meanings and the method combining physical meanings and operation rules.

Keywords mathematical formula; validation skill; operational rule; physical implication

Authors' address Editorial Office of Journal of Xiamen University (Natural Science), 361005, Xiamen, China

DOI:10.16811/j.cnki.1001-4314.2018.02.013

数学公式是科技论文的重要组成部分,数学公式的正确与否常常直接影响科研论文的质量。有时一个数学公式出错就可能意味着整篇论文的结论错误。因此作为科技论文的编辑,必须具备在大量的校对工作中快速地识别数学公式错误的能力,才能保障科技论文的质量和稿件的处理速度。然而数学公式往往涉及大量且烦琐的运算和公式推导,要识别其正确性不仅需要较强的相关理论知识,而且需要花费大量的时间和精力,即使是审稿专家也不一定有足够的精力去进行认真细致的审核。因此数学公式可以说是整篇科技论文中最容易出错,并且最难快速识别正确与否的部分。作为理工类科技期刊的编辑,特别是高校学报编辑,由于人手紧缺,需要处理多个领域的稿件,在不具备全面而强大的专业知识的情况下,掌握快速的公式识别技巧显得尤为重要。快速的公式识别技巧,有助于保证编辑工作的高效性和准确性。

尽管数学公式的正确性至关重要,但是大部分的编辑工作往往更多的是在关注数学公式的编排^[1-2]和规范化表达^[3-4]。付国彬^[5]和朱华新^[6]等提出了量纲分析的方法,这一方法简单而有效,对于一般的物理量之间的关系式都适用。骆瑾等^[7]提出了对比公式中

的对称项、相似项、因果项和对应项的方法来快速地判断公式的正误。王勇等^[8]提出了逻辑推理的方法判断公式的正确性,其中包括核对引用文献、上下文统一法和推演运算过程的方法。对于引用文献的核对,史成娣^[9]提出应核对公式的正确性、易混淆的字符、各物理量的单位等。但是这些方法大部分都只能识别浅层的错误,对于深层的错误却较难发现。为此,笔者结合自身在编辑校对工作中的经验,提出了运算规则识别法、物理含义识别法以及运算规则与物理含义相结合的识别法,帮助编辑在编辑校对工作中更加快速有效地发现数学公式中的深层错误。

1 运算规则识别法

数学公式的运算本身都遵循其特有的运算规则,掌握了各种运算规则,在编辑校对工作中就可以通过数学公式是否符合其运算规则来判断一些深层不易发现的问题。比如矩阵相乘必须满足前一矩阵列的维度与后一矩阵行的维度相等,即 $k \times n$ 阶的矩阵只能和 $n \times m$ 的矩阵相乘。

例1 ……Laplacian 矩阵 L_i 的构建如下:

$$L_i = \sum_{i=1}^n (S_i^i H_{k+1} ((X_i^i)^T H_{k+1} X_i^i + \lambda I)^{-1} H_{k+1} (S_i^i)^T) \quad (1)$$

分析 式(1)中, X_i^i 为 $1 \times (k+1)$ 阶行向量, H_{k+1} 为 $(k+1) \times (k+1)$ 阶方阵。 X_i^i 求转置后是一个 $(k+1) \times 1$ 阶列向量,显然无法与一个 $(k+1)$ 阶方阵相乘;结合后续的矩阵求逆运算,以及求逆运算后矩阵乘法中对矩阵维度的要求可见, $(X_i^i)^T H_{k+1} X_i^i$ 部分的正确表达式结果应该是一个 $(k+1) \times (k+1)$ 阶方阵。笔者与该文作者沟通后,发现式中 $(X_i^i)^T H_{k+1} X_i^i$ 应改为 $(X_i^i)^T X_i^i H_{k+1}$ 。

矩阵运算对参与运算的矩阵维度具有严格的要求,有助于在编辑过程中快速发现公式的错项、漏项、顺序颠倒等问题。除此之外,还有其他一些常用物理量、运算符等都具有其特定的运算规则。例如:张量的计算对阶数具有严格要求,以及些特殊的运算符都有其特定的运算规则,只要掌握了这些运算规则在编辑工作中就能快速地识别隐含的公式错误。

2 物理含义识别法

由于数学公式在大多数情况下都是为某一特定的

[†] 通信作者

研究对象服务的,总是有对应的物理场景,因此每一项数学公式一般都有特定的物理意义,通过核对其表达的物理意义是否符合逻辑往往也能帮助编辑在工作中发现稿件内的公式错误。

例 2 …… 目标函数来训练模型为

$$J(\theta) = -\frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^N \sum_r^L 1 \{y^{(i)} = r\} \log \frac{e^{g_r^{(i)}}}{\sum_r^R e_r^{(i)}} \right] + \lambda \|\theta\|_2^2. \quad (2)$$

分析 式(2)中: $L = \{Expansion, Temporal, Contingency, Comparison\}$,表示隐式篇章关系的集合; R 为关系集合的总关系数; r 表示关系集合中关系的序号; $y^{(i)}$ 表示第 i 个样本在语料库中对应的关系; $g_r^{(i)}$ 表示第 i 个样本中两文本之间的篇章关系属于第 r 个关系的概率值。上式中所涉及的计算较为复杂,与常见的目标函数表达形式较为相似,粗略观察很难从形式上发现式中的错误。但如果从物理含义方面进行分析,即可发现以下问题:

1) 对于式(2)中第 2 个求和号,由于 r 为序号, L 为集合,其物理意义不对等,所以式中 $\sum_r^L 1 \{y^{(i)} = r\}$ 的 L 应该改为 R 。

2) $y^{(i)}$ 表示第 i 个样本在语料库中的对应关系,而 r 为集合中关系的序号,是一个无单位数值,没有任何物理意义,这两者之间无法建立相等关系,作者此处想要表达两个关系的匹配,因此此处应该是集合中的第 r 个关系 L_r 。

3) 由于关系集合 L 中的关系都是并列的,式(2)中第 2 个和第 3 个求和号如果只从第 r 个集合求和到第 R 个集合,有违关系并列的物理意义,笔者推测此处很有可能是从第一个集合求和到第 R 个集合,因此需要对求和号的下标进行修改。

4) 根据骆瑾等^[7]提出的对应项比较法发现分子 $e^{g_r^{(i)}}$ 和分母 $\sum_r^R e_r^{(i)}$ 中有一项是错误的;根据王勇等^[8]提出的上下文统一法发现文中没有对 e 进行交代,这里的变量 e 很可能是自然常数 e 。

与该文作者核对后,确定式(2)应该改为

$$J(\theta) = -\frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^N \sum_{r=1}^R 1 \{y^{(i)} = L_r\} \log \frac{e^{g_r^{(i)}}}{\sum_{r=1}^R e_r^{(i)}} \right] + \lambda \|\theta\|_2^2.$$

3 运算规则与物理含义结合识别法

除了前面提到的运算规则识别法和物理含义识别法,在编辑过程中,有时我们还需要结合两者来判断数学公式的正误。

例 3 …… 回转轴 B 从坐标系 R_B 到坐标系 R_P 的含 6 项误差元素的误差变换矩阵 ${}^P_B X'$ 为

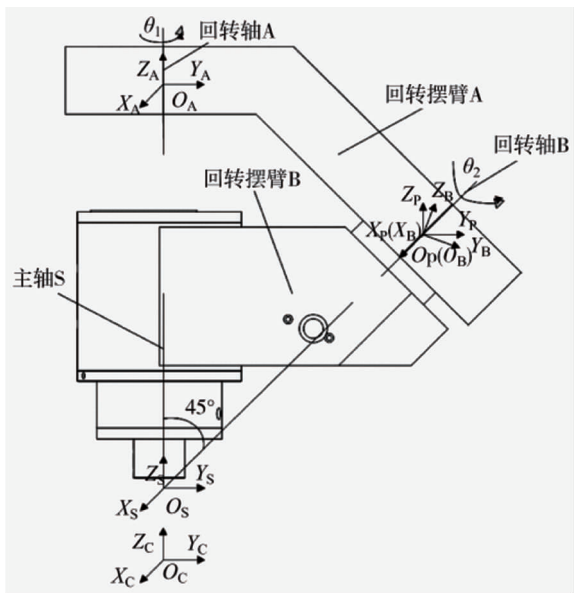
$${}^P_B X' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 45^\circ & \sin 45^\circ & 0 \\ 0 & \sin 45^\circ & \cos 45^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta_2 + \varepsilon_{zB} + \beta) & -\sin(\theta_2 + \varepsilon_{zB} + \beta) & \varepsilon_{yB} & \delta_{xB} \\ \sin(\theta_2 + \varepsilon_{zB} + \beta) & \cos(\theta_2 + \varepsilon_{zB} + \beta) & -\varepsilon_{xB} & \delta_{yB} \\ -\varepsilon_{yB} & \varepsilon_{xB} & 1 & \delta_{zB} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

分析 式(3)为一非正交回转摆臂的误差变换矩阵,其在修改前的结构示意图与形变示意图如图 1 所示。式中前一个矩阵表示从坐标系 R_B 到坐标系 R_P 的旋转变换,后一个矩阵表示摆臂 B 本身的旋转。 $\delta_{xB}, \delta_{yB}, \delta_{zB}$ 分别表示 X_B, Y_B, Z_B 轴向的线性误差, $\varepsilon_{xB}, \varepsilon_{yB}, \varepsilon_{zB}$ 分别表示 X_B, Y_B, Z_B 轴的转角误差。对于不太熟悉坐标变换的编辑,或者在编辑工作量非常大的情况下,如何快速地判断这一变换矩阵的对错呢?从物理意义来说,所谓坐标变换矩阵,就是将一个坐标系下某点的坐标位置与其进行运算后能得到该点在另外一个坐标系下的坐标位置。其实质就是在表示某点的坐标位置。另外,我们知道在笛卡儿坐标系中表示某点的坐标位置时, x, y, z 是不相关的。即假设某点与原点 O 的连线 l 在 xOy 平面的投影与 x 轴的夹角为 α' ,与 z 轴正向所夹的角为 β' ,在表示一个点的坐标的位置时,只可能出现 $\sin \alpha', \cos \alpha', \sin \beta'$ 和 $\cos \beta'$ 之间的运算,一般不存在 α' 和 β' 之间的直接运算。这时我们再来看式(3), θ_2 表示摆臂 B 绕回转轴 B 的旋转角,其和摆臂 B 的形变角 β 完全不在一个平面内,在表示某点的坐标位置时不可能出现两者相加的情况。与该文作者核实后,作者对公式进行了重新推导,式(3)应改为

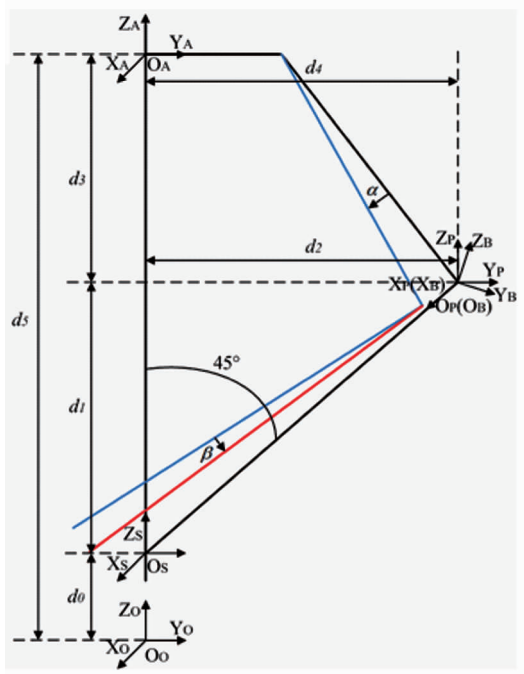
$${}^P_B X' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & \varepsilon_{yB} & \delta_{xB} \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & -\varepsilon_{xB} & \delta_{yB} \\ -\varepsilon_{yB} & \varepsilon_{xB} & 1 & \delta_{zB} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

其中 $\phi = 45^\circ + (\alpha + \varepsilon_{zA}) + (\beta + \varepsilon_{zA})$,且形变示意图改为图(2)。对比图 1(b)与图 2,显然图 2 描述得更加清晰。由于式(3)为整篇文章的中间推导过程,它出现错误就导致其后的推导全部出现了问题。通过运算规则与物理意义相结合的识别方法最终避免了文章出

现严重错误。该例也说明,在遇到复杂公式无法理清头绪时,可以先抓公式的主要物理意义,再从中去寻找一些简单的运算规则,检查其是否符合这些规则。



(a) 结构示意图



(b) 形变示意图

图1 回转摆臂结构示意图及形变示意图型

4 结束语

由于编辑专业知识的有限性以及数学公式的复杂性,导致数学公式的错误识别难度大,笔者在前人的基础上提出了运算规则识别法、物理意义识别法和二者结合的识别方法。尽管不能做到完全排除所有编辑稿件的公式错误,但是至少可以通过这些方法减少错误,提高所在期刊的稿件质量,更好地服务读者。

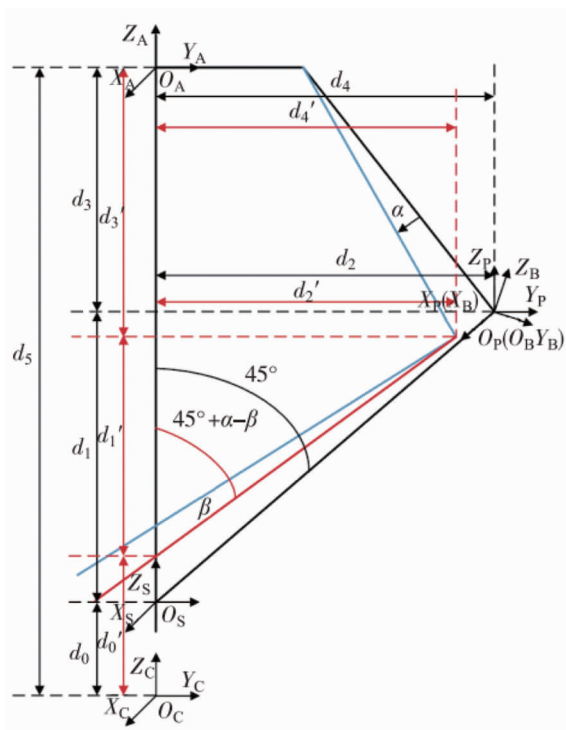


图2 修改后的回转摆臂形变示意图

5 参考文献

- [1] 罗亮生. 数学公式编排中的美学原则[J]. 编辑之友, 1989(4): 31
- [2] 夏金玉. 科技论文数学公式序号编排的标准化问题[J]. 编辑学报, 2013, 25(3): 243
- [3] 谢文亮, 张宜军. 科技期刊中数学公式的规范表达[J]. 西安航空学院学报, 2013, 25(5): 240
- [4] 陈浩元. 应使用量符号书写公式[J]. 编辑学报, 2013, 25(6): 583
- [5] 付国彬. 数学公式错误的识别技巧: 量纲分析的应用[J]. 编辑学报, 1999(1): 15
- [6] 朱华新, 姚晓萍. 用量纲分析法判断科技论文中数理公式的正误[J]. 安徽大学学报(自然科学版), 1996, 8(2): 109
- [7] 骆瑾, 王昕, 王有登. 数学公式审读的比较分析方法[J]. 编辑学报, 2012, 24(2): 138
- [8] 王勇, 刘德敏, 张玮, 等. 数学公式审读探讨[J]. 中国科技期刊研究, 2013, 24(6): 1206
- [9] 史成娣. 应重视对引用文献中数理公式的审核[J]. 编辑学报, 2010, 22(2): 128

(2017-09-06 收稿;2017-10-17 修回)